Zlepki (*spline curves*) so interpolacijski polinomi, ki paroma povezujejo podane točke. Interpolacija mora biti gladka, kar dosežemo s pogojem, da imata dva sosednja zlepka v skupni točki enak prvi in drugi odvod. Izrazi v dokumentu se nanašajo na **kubične zlepke**, oziroma na polinome tretje stopnje.

Za $n+1$ podanih točk (x_k, y_k), $0 \leq k \leq n$, iščemo n kubičnih polinomov oblike

$$S_k(x) = s_{k,0} + s_{k,1}(x - x_k) + s_{k,2}(x - x_k)^2 + s_{k,3}(x - x_k)^3, \; 0 \leq k \leq n - 1.$$

Določiti je potrebno $4n$ koeficientov. Pogoj, da se posamezni zlepek začne v eni in konča v drugi točki daje $2n$ enačb, pogoj za gladko interpolacijo pa $2(n-1)$ enačb. Dodatno je torej potrebno določiti še dva pogoja.

Koeficienti k-tega zlepka $s_{k,j}$ se določijo z izrazi:

$$\begin{aligned}
s_{k,0} &= y_k, \\
s_{k,1} &= d_k - \frac{h_k(2m_k + m_{k+1})}{6}, \\
s_{k,2} &= \frac{m_k}{2}, \\
s_{k,3} &= \frac{m_{k+1} - m_k}{6h_k},
\end{aligned}$$

kjer so

$$\begin{aligned}
m_k &= S''(x_k) && \text{drugi odvod v začetni točki } k\text{-tega zlepka,} \\
m_{k+1} &= S''(x_{k+1}) && \text{drugi odvod v končni točki } k\text{-tega zlepka,} \\
h_k &= x_{k+1} - x_k && \text{širina } k\text{-tega zlepka in} \\
d_k &= \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k}.
\end{aligned}$$

Vpeljimo še izraz

$$u_k = 6(d_k - d_{k-1}).$$

1. način: določena prva odvoda v začetni in končni točki, $S'(x_0)$ in $S'(x_n)$. Druga odvoda v začetni in končni točki potem znašata

$$\begin{aligned}
m_0 = S''(x_0) &= \frac{3}{h_0}[d_0 - S'(x_0)] - \frac{m_1}{2}, \\
m_n = S''(x_n) &= \frac{3}{h_{n-1}}[S'(x_n) - d_{n-1}] - \frac{m_{n-1}}{2}.
\end{aligned}$$

Sistem enačb za določitev ostalih koeficientov m je potem

$$\begin{aligned}
\left(\tfrac{3}{2}h_0 + 2h_1\right) m_1 + h_1 m_2 &= u_1 - 3[d_0 - S'(x_0)], && k = 1, \\
h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} &= u_k, && 2 \leq k \leq n-2, \\
h_{n-2}m_{n-2} + \left(2h_{n-2} + \tfrac{3}{2}h_{n-1}\right) m_{n-1} &= u_{n-1} - 3[S'(x_n) - d_{n-1}], && k = n-1.
\end{aligned}$$

2. način: druga odvoda v začetni in končni točki sta enaka nič,

$$\begin{aligned} m_0 &= S''(x_0) = 0, \\ m_n &= S''(x_n) = 0. \end{aligned}$$

Sistem enačb za določitev ostalih koeficientov m je potem

$$\begin{aligned} 2(h_0 + h_1)m_1 + h_1 m_2 &= u_1, && k = 1, \\ h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} &= u_k, && 2 \le k \le n-2, \\ h_{n-2}m_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})m_{n-1} &= u_{n-1}, && k = n-1. \end{aligned}$$

3. način: druga odvoda v začetni in končni točki sta ekstrapolirana,

$$\begin{aligned} m_0 &= S''(x_0) = m_1 - \frac{h_0(m_2 - m_1)}{h_1}, \\ m_n &= S''(x_n) = m_{n-1} + \frac{h_{n-1}(m_{n-1} - m_{n-2})}{h_{n-2}}. \end{aligned}$$

Sistem enačb za določitev ostalih koeficientov m je potem

$$\begin{aligned} \left(3h_0 + 2h_1 + \frac{h_0^2}{h_1}\right) m_1 + \left(h_1 - \frac{h_0^2}{h_1}\right) m_2 &= u_1, && k = 1, \\ h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} &= u_k, && 2 \le k \le n-2, \\ \left(h_{n-2} - \frac{h_{n-1}^2}{h_{n-2}}\right) m_{n-2} + \left(2h_{n-2} + 3h_{n-1} + \frac{h_{n-1}^2}{h_{n-2}}\right) m_{n-1} &= u_{n-1}, && k = n-1. \end{aligned}$$

4. način: druga odvoda sta konstantna v bližini v začetne in končne točke,

$$\begin{aligned} m_0 &= S''(x_0) = m_1, \\ m_n &= S''(x_n) = m_{n-1}. \end{aligned}$$

Sistem enačb za določitev ostalih koeficientov m je potem

$$\begin{aligned} (3h_0 + 2h_1)m_1 + h_1 m_2 &= u_1, && k = 1, \\ h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} &= u_k, && 2 \le k \le n-2, \\ h_{n-2}m_{n-2} + (2h_{n-2} + 3h_{n-1})m_{n-1} &= u_{n-1}, && k = n-1. \end{aligned}$$

5. način: določena druga odvoda v začetni in končni točki,

$$\begin{aligned} m_0 &= S''(x_0), \\ m_n &= S''(x_n). \end{aligned}$$

Sistem enačb za določitev ostalih koeficientov m je potem

$$\begin{aligned} 2(h_0 + h_1)m_1 + h_1 m_2 &= u_1 - h_0 S''(x_0), && k = 1, \\ h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} &= u_k, && 2 \le k \le n-2, \\ h_{n-2}m_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})m_{n-1} &= u_{n-1} - h_{n-1}S''(x_n), && k = n-1. \end{aligned}$$